Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia
Vol. 20 n.o 40 (2020): 93-127
ISSN: 0124-4620 (papel) & 2463-1159 (electrónico)

Fecha de aceptación: 19/02/2020
Fecha de aprobación: 19/03/2020
https://doi.org/10.18270/rcfc.v20i40.3233

Wigner, las Leyes Físicas y la Efectividad de las Matemáticas*

Wigner, Physical Laws and the Effectiveness of Mathematics

Cristian Soto
Departamento de Filosofía, Universidad de Chile
Santiago, Chile.
cssotto@uchile.cl

RESUMEN

Contamos con diversas estrategias para explicar el problema de Wigner, el cual se relaciona con la efectividad incomprensible (*unreasonable effectiveness*) de las matemáticas en la formulación de leyes físicas. Tras algunas consideraciones introductorias, reconstruiré el problema de Wigner señalando que una lectura cuidadosa de su obra filosófica nos ofrece razones para disipar los aires de misterios y milagros que parecen rodear la efectividad de las matemáticas. Para enfatizar la relevancia de las matemáticas en la formulación de leyes físicas, abordaré críticamente la tesis de que las leyes físicas son enunciados puramente matemáticos y la concepción algorítmica que sostiene que las leyes de la naturaleza son el software del universo. Avanzando más allá de tales propuestas, sugeriré reinterpretar el problema de Wigner en términos de la aplicación de estructuras matemáticas a la estructura relevante de dominios físicos en la formulación de leyes científicas. Tal reinterpretación nos permitirá proponer una aproximación empirista ampliamente deflacionaria al problema de Wigner, sistematizando brevemente diversas estrategias para explicar la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes.

Palabras clave: leyes físicas; efectividad de las matemáticas; Wigner; contingencia; invariancia; empirismo; teoría del mapeo.

* Este artículo se debe citar: Soto, Cristian. "Wigner, las leyes físicas y la efectividad de las matemáticas". *Rev. Colomb. Filos. Cienc.* 20.40 (2020): 93-127. *https://doi.org/10.18270/rcfc.v20i40.3233*

ABSTRACT

Various strategies are available to explain Wigner's problem, which concerns the unreasonable effectiveness of mathematics in the formulation of physical laws. After a few introductory remarks, I will reconstruct Wigner's problem pointing out that a careful reading of his philosophical production delivers reasons to mitigate the air of mysteries and miracles surrounding it. To stress mathematics' relevance in the formulation of physical laws, I shall critically address the thesis that physical laws are purely mathematical statements, and the algorithmic view that submits that laws of nature are the software of the universe. Moving beyond them, I shall suggest reinterpreting Wigner's problem in terms of the application of mathematical structures to the relevant structure of physical domains in the articulation of scientific laws. Such reinterpretation will allow us to advance a broadly deflationary, empiricist approach to Wigner's problem, briefly putting together strategies for explaining the effectiveness of mathematics in the formulation of laws.

Keywords: physical laws; effectiveness of mathematics; Wigner; contingency; invariance; empiricism; mapping account.

1. Los milagros de Wigner[1]

Eugene Wigner es reconocido en la filosofía general de las ciencias y en la filosofía de las matemáticas por haber planteado el problema de la efectividad incomprensible

[1] El presente artículo reúne una serie de líneas de investigación que he llevado a cabo en torno a la filosofía de las matemáticas aplicadas y a la filosofía de las leyes de la naturaleza. Quisiera agradecer a Bruno Borge (Universidad de Buenos Aires, Argentina) por organizar el volumen sobre leyes de la naturaleza y realismo científico. Igualmente, quisiera agradecer a la audiencia del Workshop Science, Metaphysics, and Reality (Universidad de Chile, octubre 2019), en particular a Otávio Bueno (University of Miami, EE. UU.), Anjan Chakravartty (University of Miami, EE. UU.) y una vez más Bruno Borge, quienes me ofrecieron críticas que contribuyeron a orientar positivamente la línea de investigación del presente manuscrito.

de las matemáticas (*unreasonable effectiveness of mathematics*) en la formulación de leyes físicas. La pregunta a este respecto consiste en saber cómo las matemáticas, cuyo lenguaje es abstracto y su razonamiento es deductivo, pueden ser tan útiles en diversas áreas de la investigación científica que emplean metodologías experimentales e inductivas. En particular, en su conferencia en honor a Richard Courant, Wigner (1960) menciona dos milagros diferentes: el milagro de la existencia de las leyes de la naturaleza y el milagro de la capacidad de la mente humana para descubrirlas en términos del lenguaje de las matemáticas. Aunque Wigner aborda ambos asuntos de manera general en su conferencia, en el presente trabajo me enfocaré en el segundo milagro, que nos insta a considerar la efectividad de las matemáticas en las ciencias físicas. El siguiente es el pasaje relevante:

> El milagro del carácter apropiado del lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que no entendemos ni merecemos. Tenemos que sentirnos agradecidos por ello y esperar que seguirá siendo válido en la investigación futura y que se extenderá a diversos campos del saber, para bien o para mal, para nuestro placer, aunque incluso quizás también para nuestro desconcierto (Wigner 1960 14).

Según ello, las diversas aplicaciones de las matemáticas en la investigación del mundo físico nos sitúan ante un escenario que ilustra "el milagro del carácter apropiado del lenguaje de las matemáticas", que no es otra cosa que un "regalo maravilloso" (Wigner 1960 14). Entre los casos que inspiran la reflexión wigneriana se encuentran la construcción del cálculo por parte de Newton, quien empleó esta rama de las matemáticas para representar movimientos y magnitudes; la aplicación de la geometría no euclidiana en la formulación de la relatividad especial por parte de Minkowsky; y el uso de la teoría de grupos en la formulación de la mecánica cuántica, entre otros (Bangu 2012; Bueno & French 2018; Steiner 1998).

Wigner no se encuentra solo en la literatura. Desde una perspectiva más amplia, la relación entre las matemáticas y las ciencias físicas ha sido destacada en numerosas ocasiones. Kant, impresionado por la matematización de la filosofía natural en las manos de Newton, sostuvo que "en cualquier doctrina especial de la naturaleza hay tanta ciencia propiamente tal como matemáticas hay en la misma" (Kant 2004 6). Posteriormente, de manera notable, Einstein anticipó en casi cuarenta años la inquietud de Wigner:

> En este punto se presenta un enigma que ha agitado en todo momento a las mentes que se dedican a la investigación. ¿Cómo puede ser que las matemáticas, siendo después de todo un producto del pensamiento humano que es independiente de la experiencia, sean tan admirablemente apropiadas para los objetos de la realidad? ¿Es la razón humana, entonces, sin la experiencia, meramente pensando, capaz de desentrañar las propiedades de las cosas reales? (Einstein 1922 28).

En una línea similar prosiguen pocos años después Dirac y Hilbert:

> El matemático juega un juego en el cual él mismo inventa las reglas, mientras que el físico juega un juego en el que las reglas son provistas por la naturaleza, pero en la medida en que pasa el tiempo se hace cada vez más evidente que las reglas que el matemático encuentra interesantes son las mismas que aquellas que la naturaleza ha escogido (Dirac 1939 124).

> Nos enfrentamos al hecho peculiar de que la materia parece obedecer completamente el formalismo de las matemáticas. Surge una harmonía imprevista entre la existencia y el pensamiento, que por ahora tenemos que aceptar como un milagro (Hilbert 1992 69).[2]

La literatura en los años recientes ha avanzado en una dirección similar. Dyson refiere a Hertz al reconocer el "sentimiento" de que las fórmulas matemáticas "tienen

---

[2] Véase Islami & Wiltsche (2020 2)

una existencia independiente e inteligencia por sí mismas" (1962 129), mientras que Weinberg destaca la "belleza matemática" como una guía para la aplicabilidad de las matemáticas en la investigación de problemas físicos (1993 125). En la arena filosófica, el trabajo de Steiner (1998), *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*, ha logrado tener un impacto substantivo en el desarrollo de la filosofía de las matemáticas aplicadas, sosteniendo que el problema de la aplicabilidad de las matemáticas puede ser explicado si asumimos una postura pitagórica, la cual argumenta, en términos generales, que la notación matemática "nos guía cogidos de la nariz" en la investigación del mundo físico (1998 80). En trabajos anteriores, el mismo autor había afirmado que los matemáticos se encuentran "más cercanos al artista que al explorador" (Steiner 1995 154) si consideramos la creatividad enorme que se requiere para aplicar matemáticas abstractas a dominios físicos.[3] La recepción crítica del problema de Wigner se ha incrementado en los años recientes, principalmente orientándose a deshacerse del carácter milagroso de la efectividad de las matemáticas y a iluminar un aspecto crucial de las ciencias físicas (Bueno & French 2018; Islami 2017; Soto & Bueno 2019). No tenemos que asumir que la aplicabilidad de las matemáticas en la teorización científica es incomprensible. El concepto mismo de efectividad en la expresión *efectividad incomprensible* tiene que ser matizado, puesto que no es del todo transparente lo que se quiere decir con ello. Considérense las siguientes alternativas. Los platonistas han querido emplear la indispensabilidad de las matemáticas en las ciencias y de paso su efectividad incomprensible como un argumento a favor de la realidad de la ontología matemática (Bangu 2012), sosteniendo que la mejor manera de explicar la contribución de las matemáticas a las ciencias consiste en postular una ontología de entidades y estructuras matemáticas cuya existencia es tan incuestionable como la existencia de los objetos físicos. Los pitagóricos han querido ir más lejos, sosteniendo que las matemáticas son suficientes por sí mismas para indagar aspectos de dominios físicos, puesto que la realidad es

[3] Para referencias adicionales, véase Colyvan (2001) y Soto (2014).

en última instancia matemática (Tegmark 2014). Otros hemos querido defender, en cambio, que las matemáticas son epistémicamente indispensables para la investigación de dominios físicos, queriendo decir con ello que la notación y las reglas de operación de las matemáticas contribuyen a la producción de conocimiento científico (Pincock 2007, 2011, 2012; Soto 2019). La lectura epistémica tiene el beneficio de evitar consecuencias acerca de la realidad de la ontología matemática o acerca de la constitución matemática de la realidad física, en la medida en que se limita a reconocer el rol de las matemáticas en la construcción de representaciones, explicaciones y predicciones en ciencias.

Encontramos una lectura más austera del problema de Wigner en la concepción inferencial de la aplicación de las matemáticas. Bueno y French (2018) critican directamente el aura de misterio que ha oscurecido el lenguaje con el que se plantea el problema de la aplicabilidad de las matemáticas en términos de milagros, sentimientos y maravillas. Al preguntarse cuán irrazonable es la efectividad de las matemáticas, la concepción inferencial no tiene problemas en recurrir a una actitud empirista y pragmática que reconoce el oportunismo característico de la aplicación de las matemáticas en la teorización física. En ocasiones, el lenguaje matemático es construido de manera *ad hoc* para abordar problemas específicos, tales como el modelamiento de la dinámica de un sistema en mecánica clásica. En otras ocasiones, ante la disponibilidad de dos o más teorías matemáticas para un único dominio físico, la comunidad se inclina por aquella que resulta más conveniente en términos de su simplicidad y manipulabilidad, como fue el caso de las formulaciones de la electrodinámica cuántica con la consecuente primacía de los diagramas de Feynman. Y todavía en otros casos, ante la imposibilidad de acceder a sistemas físicos relevantes por medio de detecciones o mediciones, la notación matemática ha facilitado la construcción de idealizaciones o abstracciones de diverso tipo que permiten la investigación a través del razonamiento hipotético (*surrogate reasoning*). Desde esta perspectiva, el aura de misterio que rodea al problema de Wigner se reduce al estudio de escenarios locales en los que una rama u otra de la teorización matemática han sido útiles, o incluso pragmáticamente indispensables, para la investigación científica.

Siguiendo el espíritu de la concepción inferencial, en las secciones siguientes se investigará el problema wigneriano de la efectividad de las matemáticas en la formulación de las leyes físicas, cruzando así asuntos que conciernen a dos áreas de investigación filosófica, a saber: la filosofía de las matemáticas aplicadas y la filosofía de las leyes de la naturaleza. La motivación para esto, en consecuencia, es doble. Por un lado, el análisis nos ofrecerá nuevas perspectivas para sopesar la relevancia del problema wigneriano de la efectividad de las matemáticas, avanzando argumentos para inclinarnos a favor de una lectura empirista ampliamente deflacionaria de tal asunto. Por otro lado, el análisis de las leyes de la naturaleza a través del lente del problema de Wigner nos permitirá arrojar luz sobre el carácter de los enunciados legaliformes en ciencias, que usualmente recurren al lenguaje de las matemáticas en diversas áreas de las ciencias físicas. En relación con este último punto, tendré la oportunidad de mostrar que algunos de los problemas estándares sobre leyes de la naturaleza, que se encuentran ampliamente desarrollados en la literatura, pueden ser abordados desde una perspectiva diferente si se considera el rol de las matemáticas en la formulación de leyes físicas.

La estructura del argumento es la siguiente. La sección 2 reconstruye el problema wigneriano de la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas, argumentando que, en definitiva, el mismo Wigner ofrece razones para matizar el carácter milagroso de la efectividad. Para enfatizar la relevancia de las matemáticas en la formulación de leyes físicas, las secciones 3 y 4 abordan dos aproximaciones alternativas que reconocen el rol de las matemáticas en la formulación de leyes, a saber: la concepción que sostiene que las leyes físicas son enunciados puramente matemáticos (Feynman 1965) y la concepción algorítmica de las leyes de la naturaleza que afirma que las leyes son el software del universo (Dorato 2005c), respectivamente. En la sección 5 sugiero reinterpretar el problema de la efectividad en términos del problema de la aplicación de estructuras matemáticas a la estructura relevante de dominios físicos en la formulación de leyes científicas. Tal reinterpretación nos permitirá articular una aproximación empirista ampliamente deflacionaria al problema de Wigner. Por último, la sección 6 cerrará el argumento con algunas consideraciones finales breves.

2. Reconstruyendo el Segundo Milagro

Entre las preguntas que emergen al considerar el problema de Wigner asociado con la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes de la naturaleza se encuentran las siguientes: ¿cuán incomprensible o irracional era realmente para el autor tal efectividad? y ¿qué concepción de leyes de la naturaleza tenía a la vista? Me interesa sugerir que Wigner ofrece herramientas para matizar el sentimiento de incomprensibilidad o irracionalidad suscitado por la efectividad de las matemáticas, aunque, en última instancia, mostraré que las herramientas propuestas por el físico no son en su conjunto suficientes para escapar de la atmósfera milagrosa. Igualmente, me interesa mostrar que la concepción de Wigner sobre leyes de la naturaleza es antirrealista, en gran parte motivada por su adhesión al formalismo matemático instaurado por Hilbert y sus seguidores en aquella época. A este respecto, la respuesta a la segunda pregunta nos dará herramientas adicionales para matizar el carácter incomprensible o irracional de la efectividad de las matemáticas.

No cabe negar que Wigner haya pensado que la efectividad de las matemáticas en la formulación de las leyes de la naturaleza sea incomprensible. Además del pasaje referido en la sección anterior, en otros lugares él afirma: "la utilidad enorme de las matemáticas en las ciencias naturales es algo que bordea en lo misterioso y no hay explicación racional para ello" (Wigner 1960 2). Recientemente se ha ofrecido evidencia histórica adicional que muestra que tales afirmaciones encuentran sustento en cuestiones circunstanciales, tales como el hecho de que él se haya formado en la tradición formalista de Hilbert, antes mencionado, o el hecho de que la conferencia de 1959, que dio lugar a su artículo clásico de 1960, fuera una intervención en honor a Courant, quien expresamente se inclinaba a sostener la irracionalidad predominante en la efectividad de las matemáticas en la investigación del mundo físico (Islami 2017). Sin embargo, las razones contextuales no son suficientes para pasar por alto las afirmaciones de Wigner, quien una vez más sostiene: "Es difícil evitar la impresión de que aquí nos encontramos ante un milagro, muy similar en su naturaleza sorprendente al milagro de que la mente humana pueda hilar miles de argumentos sin caer en contradicciones" (Wigner 1960 7). Sea como fuere, en las secciones de 2.1 a 2.3 mostraré que diversos pasajes de su obra proveen razones que contribuyen a matizar parcialmente esta primera impresión.

2.1. Matizando la Efectividad

En un pasaje crucial sobre la interacción entre matemáticas y ciencias físicas, Wigner sostiene:

> Es verdad, por supuesto, que la física escoge ciertos conceptos matemáticos para la formulación de leyes de la naturaleza, y seguramente solo una fracción de todos los conceptos matemáticos es empleada en física. También es verdad que los conceptos que son escogidos no fueron seleccionados arbitrariamente a partir de una lista de términos matemáticos, sino que fueron desarrollados, en muchos si no en la mayoría de los casos, independientemente por el físico y reconociéndose solo entonces que antes habían sido concebidos por el matemático (1960 7).

Tres consideraciones cruciales aparecen en este pasaje. La primera destaca que la física escoge ciertos conceptos matemáticos para la formulación de leyes. La acción de *escoger* introduce aspectos pragmáticos que explican parcialmente el hecho de que tales conceptos terminen siendo efectivos en la formulación de leyes, puesto que se eligen atendiendo a criterios de adecuación empírica, simplicidad, manipulabilidad y poder unificador, entre otros. Las matemáticas, en este sentido, no involucran por sí mismas una relación misteriosa con la realidad, como si pudiera argumentarse que ellas son efectivas en las ciencias físicas *porque* la realidad física se encuentra matemáticamente estructurada. Por el contrario, las matemáticas son efectivas porque se seleccionan los conceptos o las estructuras matemáticas que resultan más adecuados para los propósitos cognitivos pertinentes en determinados escenarios, tales como representar aspectos de los fenómenos, explicar ciertos eventos, etcétera.

Una segunda consideración presente en el pasaje citado enfatiza el hecho de que, aunque algunas parcelas de las matemáticas son efectivamente aplicadas en la investigación de dominios físicos, solo una fracción menor de la totalidad de las matemáticas disponibles en un momento dado llega a ser aplicada. No se trata, en consecuencia, de que las matemáticas *per se* sean efectivas en la investigación de dominios físicos, sino que solo algunas partes de la teorización matemática llegan a serlo. Más aún, una mirada detenida a las líneas de investigación recientes en matemáticas puras fácilmente mostrará que gran parte de las matemáticas se cultivan por motivos de interés intrínsecamente matemáticos, sin miras ulteriores a aplicaciones efectivas en dominios físicos. En vista de ello podría todavía sostenerse que gran parte de las matemáticas no es en la actualidad efectiva en la investigación de dominios físicos para, acto seguido, afirmar que no tienen por qué serlo. Un prejuicio selectivo nos inclina a registrar y prestarle atención solamente a las aplicaciones exitosas de las matemáticas a dominios físicos. Tal prejuicio selectivo no tiene que tomarse como criterio objetivo para evaluar la efectividad de las matemáticas en las ciencias físicas (Wenmackers 2017).

Y, finalmente, una tercera consideración presente en el pasaje referido observa que gran parte, si no la mayoría, de las estructuras matemáticas que se aplican efectivamente en la investigación del mundo físico son construidas con ese propósito. La historia de la ciencia ha respaldado ampliamente el caso de la creación del cálculo diferencial e integral en las manos de Newton y Leibniz, quienes por separado trabajaron en la resolución problemas de la dinámica que plagaban a la filosofía natural en aquel entonces. Por supuesto, Wigner reconoce que la comunidad matemática desarrolla una serie de teorías matemáticas simplemente por sus cualidades intrínsecamente matemáticas, tales como la belleza formal, la manipulabilidad, la simplicidad y la coherencia con otras teorías matemáticas. Este es el caso de gran parte de las matemáticas puras, e incluso de aquellas áreas de las matemáticas puras que se aplicaron después en la mecánica cuántica. Por cierto, la situación es distinta con otras teorías que forman parte de las matemáticas elementales y de la geometría elemental, como señala Islami (2017). Según el mismo Wigner, estas últimas áreas de las matemáticas "fueron formuladas para describir entidades que nos son directamente sugeridas por el mundo real" (1960 3).

Estas tres consideraciones, en consecuencia, ofrecen razones, aunque parciales, para atenuar el carácter milagroso de la efectividad de las matemáticas en la investigación del mundo físico, a saber: las estructuras matemáticas son escogidas en vista de su potencial aplicabilidad (adecuación empírica), gran parte de las matemáticas no encuentra aplicación en dominios físicos (prejuicio selectivo) y ciertas partes de las matemáticas son construidas ad hoc para resolver problemas físicos (diseño).

2.2. La estructura de los eventos

Una segunda estrategia que sugiere Wigner para explicar, al menos en parte, la efectividad incomprensible de las matemáticas en la formulación de leyes físicas tiene relación con un argumento complejo que aborda tanto *las jerarquías del conocimiento del mundo físico como la estructura del mundo físico*, las cuales se reflejan en las distinciones entre, primero, principios de invariancia o simetría; segundo, leyes de la naturaleza; y tercero, eventos (o fenómenos, condiciones iniciales, o condiciones límites, entre los términos que emplea Wigner para referirse a este último ítem).

Conviene introducir el siguiente pasaje antes de analizar el presente punto en mayor detalle:

> El hombre, por consiguiente, ha concebido un artificio que le permite sostener que la naturaleza complicada del mundo depende de lo que llamamos accidental, y ello le permite abstraer un dominio en el cual pueden encontrarse leyes simples. Las complicaciones son llamadas condiciones iniciales, mientras que el dominio de las regularidades, leyes de la naturaleza. Aunque esta división de la estructura del mundo no parezca natural desde un punto de vista desinteresado, y aunque sea probable que tal división tenga sus propios límites, la abstracción subyacente es probablemente una de las más fructíferas que la mente humana ha llevado a cabo (Wigner 1995b 1).

En este pasaje, así como en numerosos otros, Wigner sitúa las leyes de la naturaleza dentro de los contextos de la jerarquía de nuestro conocimiento del mundo natural y de la estructura del mundo físico. En relación con el primer asunto, se reconoce que la comunidad científica introduce un artificio a la hora de distinguir entre accidentes y regularidades, en donde solo a partir de las últimas obtenemos leyes de la naturaleza gracias a procesos de abstracción. La articulación de leyes de la naturaleza obedece a estas dos tareas: introducir la distinción artefactual entre contingencias y regularidades, y abstraer leyes de la naturaleza a partir de las últimas.

Un segundo pasaje, además de las condiciones iniciales y las leyes de la naturaleza, introduce los principios de invariancia o simetrías:

> Hay, sin embargo, una estructura en los eventos que nos rodean, esto es, correlaciones entre los eventos de las cuales tomamos conocimiento. Es esta estructura, estas correlaciones, que la ciencia desea descubrir, o al menos las correlaciones precisas y claramente definidas … Nosotros conocemos muchas leyes de la naturaleza y esperamos descubrir más. Nadie puede prever el alcance de la próxima ley que será descubierta. Sin embargo, hay una estructura en las leyes de la naturaleza, que nosotros llamamos leyes de la invariancia. Esta estructura es de tal alcance en algunos casos que las leyes de la naturaleza fueron conjeturadas sobre la base del postulado de que ellas tienen que acomodarse a la estructura de la invariancia. Esto entonces, la progresión de eventos a leyes de la naturaleza, y desde las leyes de la naturaleza a la simetría o principios de la invariancia, es lo que quiero decir con la jerarquía de nuestro conocimiento del mundo que nos rodea (Wigner 1995f 28-29).

Este segundo pasaje ofrece un nuevo elemento que se suma a la distinción entre contingencias y leyes de la naturaleza: los principios de invariancia o simetrías. Tales principios contribuyen con un elemento clave, puesto que parecen establecer una correlación entre la jerarquía del conocimiento y la estructura de la realidad. Los principios de invariancia dan cuenta de una estructura que rige a las leyes de la naturaleza, sirviendo en ocasiones de guía para la formulación de nuevas leyes, poniendo de relieve la estructura de la naturaleza que subyace tanto a los eventos contingentes como a las leyes de la naturaleza.

Una de las preguntas que queda pendiente en el análisis de Wigner es si, acaso, su distinción entre principios de invariancia, leyes de la naturaleza y eventos contingentes tiene que ser interpretada desde una perspectiva realista o antirrealista. De manera general, Wigner habla de la estructura de la naturaleza, como si los estos tres conceptos correspondieran a eslabones ontológicos de la realidad que establecen su estructura de clase natural. Sin embargo, en otros pasajes, sobre todo en aquellos en que se examina la jerarquía del conocimiento, queda claro que la distinción entre ellos es un artefacto de la mente humana, según el cual las comunidades científicas abstraen regularidades más o menos estables a partir de los eventos contingentes, articulando leyes de la naturaleza y estableciendo principios de invariancia. Según esta última interpretación, abiertamente antirrealista, los elementos de la estructura de la realidad solo corresponderían a productos conceptuales de nuestra capacidad cognitiva para interactuar con nuestro medio natural, y no reflejarían necesariamente categorías ontológicas reales, como quisiera el realista científico. Me limito, por ahora, a mencionar este punto. Volveré de manera breve sobre esta consideración en la subsección siguiente.[4]

Lo dicho nos permite arrojar luz sobre el problema de la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes. Los supuestos de la jerarquía del conocimiento, de la estructura de la realidad y de la relación entre principios de invariancias clásicos y no clásicos con las leyes de la naturaleza nos ofrecen herramientas para comprender el rol de las matemáticas en la articulación de leyes. El examen de tales supuestos permite precisar el carácter de las leyes de la naturaleza que tiene a la vista Wigner al plantear el problema de la efectividad. Abordaré este último punto en la siguiente subsección.

---

[4] Cabe observar que Wigner va más lejos, distinguiendo clases de simetrías, tipos de matemáticas asociadas a cada clase de simetría, y diferentes relaciones con leyes de la naturaleza (véase Wigner 1995a, 1995b, 1995c, 1995d, 1995e y 1995f). Por ahora, paso por alto tales consideraciones que serían instructivas en otros contextos argumentativos y que se condicen en su detalle con mi argumento.

2.3. Antirrealismo Metafísico, Práctica Científica

Cabe todavía mencionar una arista que nos permite matizar la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas: si bien Wigner sostiene que la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas es incomprensible, bordeando en lo misterioso e irracional, él mismo indica que la utilidad de las matemáticas es procedimental. Su efectividad no tiene que ser entendida como un indicador a favor de la realidad de la ontología matemática o de la constitución matemática de la realidad, como han sostenido otros (Tegmark 2014). En cambio, para Wigner, la contribución de las matemáticas es pragmática, aun cuando en ocasiones cabe especular que es indispensable. Considérese el siguiente pasaje:

> Si conociéramos de antemano la posición del planeta en todo momento, las relaciones matemáticas entre estas posiciones que las leyes planetarias ofrecen no serían útiles, pero podrían todavía ser interesantes. Ellas podrían provocarnos cierto placer y quizás podría asombrarnos contemplarlas… [S]i conociéramos todas las leyes de la naturaleza, o la ley última de la naturaleza, las propiedades de invariancia de estas leyes no nos ofrecerían nueva información (Wigner 1995c 299-300).

El conocimiento de la realidad física es, en este sentido, conocimiento físico y no meramente matemático según Wigner. Si tuviéramos conocimiento cabal de la posición y de la aceleración de los cuerpos, entonces la formulación matemática de las leyes dinámicas no nos ofrecería información adicional. Si tuviéramos acceso a la formulación de la totalidad de las leyes físicas, conociendo los mecanismos a los que ellas refieren, los enunciados matemáticos de las metaleyes de invariancia no nos darían información adicional. Las matemáticas tienen un rol clave en aquellos escenarios en donde nuestro conocimiento de los sistemas físicos es limitado. Es allí donde la notación y reglas de operación de las matemáticas contribuyen con su capacidad inferencial para guiar nuestro razonamiento y nuestras expectativas acerca de eventos físicos que, por lo pronto, desconocemos.

Islami (2017) ha argumentado que la tradición formalista en filosofía de las matemáticas es en parte responsable de la actitud de Wigner ante el problema de la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas. Por un lado, el formalismo traza una distinción radical entre el dominio de las matemáticas y el dominio físico, sosteniendo que el primero solamente atiende a criterios de elegancia y belleza matemáticas, como si se tratara de un juego formal con meros signos sin correlato físico alguno. Si se asume tal concepción de la práctica matemática, no sorprende que incluso la más mínima de sus aplicaciones a dominios físicos pueda causar asombro. Por otro lado, el formalismo wigneriano conduce a sostener que las teorías físicas matemáticamente formuladas no buscan explicar la naturaleza de los fenómenos, sino solo las regularidades que pueden abstraerse a partir de ellos (Islami 2017). Desde esta última perspectiva, Wigner se aproxima a concepciones pragmáticas de las leyes de la naturaleza que argumentan que los enunciados nomológicos, escritos en el lenguaje de las matemáticas, son herramientas que nos permiten explicar (y predecir) fenómenos para guiar nuestra conducta. En palabras de Wigner, lo relevante se encuentra en "el carácter apropiado y preciso de la formulación matemática de las leyes de la naturaleza en términos de conceptos escogidos para su manipulabilidad" (Islami 2017 4848).

Una vez más, las consideraciones esbozadas hasta este punto nos permiten atenuar el asombro ante la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas. No solo las matemáticas podrían ser dispensables una vez que los mecanismos sean descubiertos,[5] sino que las matemáticas que aparecen en la formulación de leyes son escogidas desde una perspectiva pragmática en vista de su manipulabilidad y capacidad para expresar las generalizaciones empíricas abstraídas a partir de los fenómenos.

[5] *Véase* la sección 3 para un desarrollo de este argumento en las manos de Feynman y Pincock.

3. ¿Son las Leyes Físicas Enunciados Puramente Matemáticos?

Gran parte de las leyes físicas se expresan mediante enunciados matemáticos abstractos, particularmente bajo la forma de ecuaciones diferenciales de algún tipo (Soto & Bueno 2019; Woodward 2017, 2018). Tal hecho, sin embargo, parece restringirse mayoritariamente a las leyes de diversas áreas de la física, excluyendo otras ciencias en donde encontramos leyes que no se expresan en términos matemáticos. Respecto de esto último, algunos ejemplos de la química son: la ley periódica que sostiene que las propiedades de los elementos varían periódicamente de acuerdo con su número atómico, así como la ley de la composición definida que enuncia que un compuesto consta de dos o más elementos combinados químicamente en una razón definida por el peso. Tales leyes son básicas en la química actual, pero no ostentan un carácter matemático. De la misma manera, en relación con el dominio biológico, en ocasiones se le ha negado el estatus de ley científica a la teoría evolucionaria darwiniana dado el hecho de que esta parece resistirse a una formulación matemática precisa. Considerando los escenarios dispares de las prácticas físicas, químicas y biológicas, parece ser que la postura correcta por adoptar es el pluralismo nomológico, que en el presente caso nos insta a rechazar la idea de que las leyes de la naturaleza, sean cuales fueren los dominios a los que refieren, tienen que atender a un patrón común, ilustrando el mismo tipo de características. Dentro del marco de esta actitud pluralista, sostener que las leyes en física son enunciados matemáticos no entraña que todas las leyes en diversas áreas científicas tengan que ser expresadas en términos matemáticos; tampoco que las leyes científicas encuentren su mejor expresión en dichos términos; ni, por último, que tengamos que negarle el carácter de ley a aquellos enunciados nomológicos que no se expresen en lenguaje matemático.

El hecho de que gran parte de las leyes físicas sean enunciados matemáticos abstractos ha tenido una suerte dispar en la literatura científica y en la filosófica. Hemos referido el caso notable de Wigner, que ha determinado el desarrollo de la discusión en filosofía de las matemáticas aplicadas y el estudio del carácter matemático de las leyes físicas. Y a continuación revisaremos el caso de Feynman (1965), que sostiene que las leyes físicas son enunciados puramente matemáticos. Sin embargo, en filosofía de las ciencias es reciente el interés por la relevancia filosófica de este aspecto peculiar de las leyes. Solo de manera tangencial y sin ahondar en las consecuencias filosóficas, teorías metafísicas de leyes de la naturaleza que apelan a esencias y universales han observado que las leyes de la naturaleza se encuentran formuladas en términos matemáticos, pero sin dar el paso siguiente, que consiste en explicar por qué este es el caso o qué consecuencias filosóficas pueden derivarse de ello. Por el contrario, la reflexión metafísica sobre leyes de la naturaleza se desentiende de este asunto para desarrollar fundamentaciones de las leyes en ontologías de esencias y universales, entre otras estrategias (Soto & Bueno 2019). Solo tardía y aisladamente la filosofía de las ciencias se ha hecho cargo de este aspecto peculiar de las leyes de la naturaleza en la práctica científica.

Retornemos entonces a la literatura científica considerando el análisis de Feynman (1965) sobre el carácter de las leyes físicas. Él se concentra en el análisis de la ley newtoniana de gravitación universal, cuya fórmula matemática es la siguiente:

$$F_{grav}=Gm_1m_2/R^2$$

Como es sabido, m1 y m2 son las masas de dos cuerpos, R2 representa el cuadrado de la distancia entre sus centros, G es la constante gravitacional y Fgrav la fuerza gravitacional resultante. La ley de la gravitación universal nos dice que dos cuerpos, m1 y m2, ejercen una fuerza uno sobre el otro que es directamente proporcional al producto de sus masas y que varía inversamente al cuadrado de la distancia entre ellos, R2. Esta ecuación enuncia una correlación constante entre ciertas variables matemáticas que buscan describir correlaciones entre fenómenos, algunas de ellas establecidas a través generalizaciones informadas por resultados de procedimientos de medición de sistemas físicos específicos.

Feynman destaca que una de las peculiaridades de la ley de gravitación universal consiste en que, a pesar de tener un carácter matemático, no captura con precisión los fenómenos. En primera instancia, hacia finales del siglo XVIII, Cavendish llevó a cabo experimentos con el propósito de determinar de manera más precisa el valor de G. Sus esfuerzos fueron fructíferos, pudiendo precisarse el valor en cuestión en vista de diversas circunstancias físicas. Sin embargo, aunque exitosa, la ley de la gravitación universal de Newton fue posteriormente corregida por la ley de la gravitación universal de Einstein, ilustrando con ello la posibilidad de corregir nuestro conocimiento de las leyes físicas y su entramado matemático.

Una de las preguntas que sigue inquietando la discusión filosófica reciente (Islami 2017; Islami & Wiltsche 2020; Soto & Bueno 2019; Woodward 2017 y 2018) consiste en saber por qué las matemáticas son útiles para formular leyes físicas. Feynman (1965) aborda esta cuestión, sugiriendo que las matemáticas lo son porque proveen a las ciencias un sistema de notación y reglas de operación que constituyen un lenguaje más reglas de razonamiento. Es precisamente esto último lo que permite que las matemáticas sirvan para expresar y manipular números grandes en la descripción de situaciones físicas complejas.

Feynman no escatima en especulación filosófica a la hora de intentar abordar las consecuencias que tiene la utilidad de las matemáticas para la formulación de leyes físicas. Entre otras afirmaciones, sostiene que "mientras más leyes encontramos, y más profundo penetramos en la naturaleza, más persiste esta enfermedad [*disease*]. Cada una de nuestras leyes es un enunciado puramente [*purely*] matemático" (Feynman 1965 39).

Por supuesto, la reflexión filosófica sobre este asunto ha progresado de modo sustancial en los últimos años, impidiéndonos mantenernos indiferentes ante los supuestos que abundan en la afirmación de Feynman. Al menos dos de ellos resultan claves. Por un lado, ¿son las leyes físicas enunciados puramente matemáticos? La lectura literal de esta afirmación podría conducirnos a adoptar un pitagorismo según el cual las leyes de la naturaleza son puramente matemáticas porque la realidad está constituida matemáticamente. Tegmark (2014) elaboró esta tesis hace poco, aunque sin obtener una recepción positiva en las discusiones científicas y filosóficas al respecto. Por nuestra parte, sin embargo, conviene señalar que la efectividad de las matemáticas en sus aplicaciones a la investigación del mundo físico y a la formulación de leyes, en particular, puede ser entendida de manera epistémica, sin tener que arrastrarnos a especulaciones metafísicas, como la pitagórica, que buscan explicar la efectividad de las aplicaciones de las matemáticas en términos de la postulación de un universo que es, a su vez, de carácter matemático. Por el contrario, cabe todavía defender que las leyes de la naturaleza, aun cuando sean formuladas en términos matemáticos, tienen por objetivo referir a regularidades instanciadas por diversos sistemas físicos en diferentes escalas, desde las cosmológicas hasta las subatómicas. Las ecuaciones diferenciales que expresan leyes físicas parecen abstractas a primera vista, hasta que uno se familiariza con el detalle de la interpretación física que les otorga contacto con dominios físicos específicos a través del empleo de estructuras matemáticas adicionales, modelos y mediciones, entre otras herramientas de la práctica física.

Un segundo supuesto tiene relación con la expresión “enfermedad” [*desease*] en el pasaje de Feynman, el cual nos da a entender que la aparente indispensabilidad de las matemáticas para formular leyes físicas representa un problema. ¿Cabría, entonces, esperar que el progreso de la investigación física nos permita prescindir del lenguaje de las matemáticas para la formulación de leyes físicas? El mismo Feynman sostiene que la física podría, a la larga, no necesitar del lenguaje de las matemáticas en la formulación de teorías físicas, vale decir, “que en última instancia la maquinaria será revelada” (Feynman 1965 58). Por cierto, Feynman no es el único que cree que tal esperanza no se limita al reino de la ciencia ficción, sino que representa una posibilidad viva en la práctica científica. En los años recientes, examinando el electromagnetismo clásico maxwelliano, Pincock sugiere la siguiente estrategia:

> … la propuesta (del estructuralismo matemático epistémico) es consistente con la posibilidad de eliminar las matemáticas en algún ideal final de las ciencias. Esto ocurriría si la comunidad científica fuera capaz gradualmente de acercarse [*zero in*] a los mecanismos causales subyacentes aislando primero estructuras matemáticas estables de mayor escala, y luego proceder a considerar posibles mecanismos subyacentes de menor escala (Pincock 2011 73).

Tanto en el caso de Feynman como en el de Pincock –así como en Wigner (véase 2.3 arriba)– prima el ideal que responde a la necesidad de posicionar la objetividad física de la teorización científica por sobre la mera matemática. Así, el ideal de una posible dispensabilidad del lenguaje de las matemáticas viene a responder a la aparente ubicuidad de estas en la teorización científica.

Contra el ideal de la dispensabilidad del lenguaje matemático, todavía cabe preguntar por qué tal ideal tendría que ser considerado deseable. Ciertamente no queremos que las fronteras de la investigación física se conviertan de modo solapado en otras tantas extensiones de las matemáticas puras que no muestran relación alguna con la investigación del mundo físico. Además, aun cuando las leyes físicas encuentren su formulación en términos de ecuaciones diferenciales, lo que principalmente nos interesa de ellas es que nos informen con éxito de regularidades estables en diversos dominios físicos. Ello, no obstante, no puede desentenderse de los beneficios que la aplicación de las matemáticas otorga a la hora de manipular o modelar grandes cantidades de información física en la práctica científica. La aparente indispensabilidad de las matemáticas en las ciencias deriva de consideraciones pragmáticas que reconocen la velocidad con la que las matemáticas permiten expresar información acerca de diversos dominios.

4. Nuevas Metáforas: Algoritmos, Softwares

Una aproximación alternativa que aborda la efectividad de las matemáticas en la formulación de las leyes físicas es la concepción algorítmica examinada por Dorato (2005a, 2005b, 2005c). Dicha concepción sostiene que las leyes pueden expresarse bajo la forma de algoritmos que trazan un puente entre los datos cuantitativos junto con las constantes físicas y el resultado del cálculo que provee explicaciones y predicciones. Según ello, la comunidad científica traza la probabilidad de que un sistema físico pase de un estado físico a otro por medio de la aplicación de la ley física correcta a mediciones de propiedades específicas de ciertos fenómenos. Esto es lo que busca demostrar la teoría del software del universo y sugiere interpretar las leyes físicas en términos de algoritmos que constituyen el software de la realidad, en analogía con el software de un computador que puede operar en distintos sistemas físicos o hardwares.

El desarrollo de la presente propuesta apela a la caracterización que, según Dorato (2005a 15), Whewell ofrece:

1. La estructura algorítmica dada por la fórmula matemática que expresa la ley física. Usualmente, en la formulación de tales leyes, la estructura matemática está dada por ecuaciones diferenciales de diversos tipos,
2. Las condiciones iniciales o límites, que corresponden a los datos numéricos iniciales a los que se aplica la ley física expresada por la estructura matemática, y
3. Las constantes de la naturaleza, que son las cantidades que no se modifican en la aplicación del algoritmo.

Piénsese una vez más en la ley newtoniana de la gravitación universal. En cuanto fórmula matemática, el arreglo de símbolos F_{grav}, G, m_1, m_2 y R_2 corresponde a la estructura algorítmica de la ecuación matemática (elemento 1). Por supuesto, la estructura algorítmica, en el presente caso, no refiere a una estructura de matemáticas puras, sino que se encuentra interpretada físicamente por los contenidos físicos del elemento 2, que corresponden a datos obtenidos a través de mediciones y detecciones del sistema físico de interés. Finalmente, el elemento 3 se relaciona con G en la ecuación en cuestión, que es el símbolo matemático que representa una constante física que rige para cualquier sistema de dos cuerpos masivos y que permanece intacta en la aplicación del algoritmo que rastrea un proceso físico.

La teoría del software del universo tiene a su favor reconocer que las leyes físicas se formulan en términos de ecuaciones diferenciales que describen las relaciones legaliformes que tienen lugar en sistemas físicos específicos. Sin embargo, conviene observar que la metáfora del software del universo enfrenta al menos dos problemas. El primero consiste en interpretar las leyes físicas como si fueran algoritmos. Dorato (2005c) observa que los algoritmos poseen una estructura adecuada para dar cuenta de las leyes de sucesión, pero no para las leyes de simultaneidad, como es de hecho el caso con la ley de gravitación universal en la mecánica clásica. Y el segundo: la metáfora del software del universo implica que los sistemas físicos se comportarían como si ellos estuvieran computando su próximo estado físico. Vale decir, por un lado, el sistema físico llevaría a cabo esta computación de su próximo estado físico y lo causaría. Por otro lado, no habría manera de dar cuenta de ecuaciones diferenciales no computables que aparezcan en la teorización científica expresando leyes físicas.

Según Dorato (2005a 44 y ss.), conviene descartar la metáfora del software del universo con su concepción algorítmica de las leyes físicas. Su análisis nos enseña, no obstante, que la formulación de las leyes físicas resulta de aplicar estructuras matemáticas al tratamiento cuantitativo de datos obtenidos por medio de procedimientos de medición y detección. En este sentido, los enunciados de leyes relacionan propiedades de sistemas físicos; tales propiedades, para nosotros, no pueden sino ser manipuladas en términos de cantidades físicas. El rol de las leyes físicas, en este contexto, consiste en representar las relaciones estructurales relevantes de las cantidades pertinentes de los sistemas físicos representados. A continuación, en la sección 5, argumentaré que estas últimas observaciones apuntan en la dirección correcta, requiriendo todavía un tratamiento sistemático de la aplicación de estructuras matemáticas a la estructura relevante de sistemas físicos.

5. Efectividad y Aplicación: Respondiendo al Problema de Wigner

Recuérdese que los dos milagros de Wigner se refieren al hecho de que haya leyes de la naturaleza y al hecho de que las matemáticas sean efectivas en la formulación de tales leyes. Las secciones precedentes han revisado una serie de estrategias para explicar el segundo milagro, disipando la impresión inicial de que nos encontramos ante un fenómeno incomprensible. La literatura ha aducido diversas razones que nos permitirían explicar la efectividad de las matemáticas en general. En lo que sigue esbozaré sistemáticamente algunas estrategias adicionales que recojo de los desarrollos recientes de la filosofía de las matemáticas aplicadas (5.1), la luz que la consideración de las matemáticas arroja sobre el carácter de las leyes físicas (5.2) y los beneficios de la aproximación empirista ampliamente deflacionaria al problema de Wigner (5.3).

5.1. Moralejas de la Filosofía de las Matemáticas Aplicadas

La primera gran estrategia adoptada por la literatura que ha intentado disolver el problema de Wigner ha consistido en dar cuenta de las peculiaridades involucradas en la aplicación de estructuras matemáticas al mundo físico. Dicha aplicación no involucra milagros, sino trabajo sistemático. Soto y Bueno (2019) han empleado esta estrategia de la filosofía de las matemáticas aplicadas para elaborar la concepción inferencial de las leyes físicas, la cual describe la manera en la cual las matemáticas contribuyen a la articulación de las leyes físicas en tres etapas: primera, la inmersión de la estructura relevante de un sistema físico en la estructura matemática adecuada; segunda, la derivación de inferencias a partir de la estructura matemática empleada; y tercera, la interpretación física, donde sea posible, de las consecuencias derivadas a partir de la estructura matemática empleada. En particular, se destaca que la capacidad inferencial de las leyes de la naturaleza, ilustrada en el paso dos, descansa en la notación y en las reglas operacionales de las matemáticas que facilitan razonamientos deductivos complejos y la derivación de consecuencias a partir de la estructura matemática físicamente interpretada que se emplea al formular una ley.

La estrategia de la filosofía de las matemáticas aplicadas, sin embargo, aborda un espectro de asuntos más amplios que el de la sola consideración de la efectividad de las matemáticas en las leyes físicas. Pincock (2004,2012), entre otros, elabora con detalle la teoría del mapeo, que sostiene que las matemáticas funcionan como una fuente de estructuras, algunas de las cuales sirven para mapear relaciones estructurales entre aspectos relevantes de fenómenos. La teoría del mapeo, en la versión de Pincock, recurre a relaciones isomorfas establecidas entre la estructura matemática empleada y la estructura relevante del sistema físico de interés en cada caso. La exigencia del isomorfismo condujo a otros a sugerir que para los propósitos de la aplicación de estructuras matemáticas es suficiente que las relaciones entre estas últimas y las estructuras físicas instancien isomorfismos parciales (Bueno & Colyvan 2011; Bueno & French 2018).

La adopción de isomorfismos parciales permite dar cuenta de la aparición de estructura matemática excedente en las ecuaciones diferenciales empleadas en la formulación de leyes. Tal estructura carece de interpretación física y, en consecuencia, no responde a criterios de isomorfismo representacional al no tener un a contraparte empírica. Más aún, la teoría de la aplicación de las matemáticas se llevó un paso más allá al examinarse la manera en la cual, en ocasiones, la aplicación de una estructura matemática a un dominio físico es posible gracias a una serie de pasos de abstracción a partir del dominio físico en los que se dejan a un lado aspectos relevantes del sistema en cuestión con el objetivo de favorecer la expresión y manipulación matemática (Nguyen & Frigg 2017). Aún más, queda abierta la posibilidad de que la estructura matemática no se aplique directamente a dominios físicos por naturaleza estructurales, sino que las matemáticas empleadas proyecten (o impongan) estructura sobre sistemas físicos que, de otra manera, parecen no poseer una estructura inequívoca.

En breve, la filosofía de las matemáticas aplicadas ha demostrado en los años recientes que la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas puede, de hecho, explicarse teniendo a la vista las peculiaridades diversas que tienen lugar en la aplicación local de estructuras matemáticas a dominios físicos específicos. Desde esta perspectiva, el problema sugerido por Wigner puede ser retrotraído al examen de las prácticas científicas locales en las que se llevan a cabo aplicaciones de estructuras matemáticas.

Una de las moralejas importantes que se deriva de la filosofía de las matemáticas aplicadas es la siguiente: la aplicación de estructuras matemáticas a dominios físicos es siempre local y no global. Vale decir, el problema wigneriano de la efectividad incomprensible de la efectividad de las matemáticas en las ciencias físicas tiene que replantearse en términos de la efectividad de las aplicaciones de ciertas estructuras matemáticas en algunos dominios físicos específicos. No se trata, en este contexto, de la adecuación de las matemáticas en general para la investigación del mundo físico en su totalidad. Las impresiones de Einstein, Dirac y Hilbert, en consecuencia, tienen que ser matizadas en consecuencia: la naturaleza no se conduce según las reglas de las matemáticas, ni contamos con evidencia para sostener que existe una harmonía cabal entre la realidad física y nuestras concepciones matemáticas.

Desde una perspectiva localista, el uso de ciertas estructuras matemáticas en dominios físicos específicos cobra razonabilidad. La segunda ley dinámica de

Newton, F=ma, se aplica a determinados sistemas físicos dentro de regímenes informacionales específicos que respeten las escalas de la mecánica clásica. Aún más, dentro del marco de la mecánica clásica, tal ecuación logra referir a dominios físicos solamente una vez que se han introducido variables matemáticas adicionales que permiten una aplicación adecuada a un contexto determinado. Un ejemplo es la ley de Hooke, cuya ecuación refiere a la elasticidad de los resortes: $F_s = kx$ en donde F_s es la fuerza del resorte, k la constante y x la elasticidad o compresión del resorte. En breve, sean cuales fueren los casos de ecuaciones diferenciales que expresen leyes físicas, ellas refieren a sus dominios localmente, dentro de ciertos regímenes físicos, asumiendo supuestos acerca de la conducta de sus dominios y estableciendo interpretaciones físicas de las variables matemáticas relevantes en cada caso.

Además del localismo, otro aspecto que nos permite matizar el problema de Wigner se relaciona con la inefectividad de las matemáticas en aplicaciones a ciertos dominios. Como Cartwright (1999) señala, siguiendo a Neurath, sería inconducente intentar explicar la dinámica de un billete arrastrado por el viento en una plaza con la segunda ley de Newton. En una línea similar, aunque con presupuestos ontológicos diferentes, Wilson (2000) ha argumentado también que las matemáticas en ocasiones no cooperan con la representación de dominios físicos, y que incluso los casos exitosos de aplicaciones de estructuras matemáticas responden a lo que Wilson llama oportunismo matemático, a saber, "es el trabajo del matemático aplicado buscar las circunstancias especiales que permitan que las matemáticas digan algo útil acerca de la conducta física" (Wilson 2000 297).

5.2. Consideraciones sobre leyes físicas

Una vez que el problema de Wigner ha sido debidamente matizado, obtenemos una serie de observaciones que permiten iluminar nuestra concepción de las leyes físicas. Contamos con una extensa literatura filosófica sobre concepciones metafísicas y humeanas de las leyes de la naturaleza, acerca de la cual nada hemos dicho hasta ahora. Un punto, sin embargo, que hemos puesto de relieve en la sección 3 consiste en señalar que tal debate ha pasado por alto la dimensión matemática de las leyes físicas, desentendiéndose del problema suscitado por Wigner y pasando por alto las consecuencias que se derivan de este. A continuación quisiera añadir algunas observaciones que nos permiten apreciar la relevancia del problema de Wigner para nuestra comprensión de las leyes físicas, siempre dentro del marco de la interpretación localista articulada en la subsección anterior.

El lenguaje de las matemáticas dota a las leyes de la naturaleza de la capacidad para facilitar la articulación de explicaciones y predicciones de fenómenos, además de la unificación de dominios (teóricos y ontológicos) en ciencias. El poder inferencial de la notación y de las reglas de operación de las matemáticas determina este aspecto crucial de nuestra concepción de las leyes de la naturaleza, en la medida en que las reviste de un aparato deductivo que permite derivar inferencias que de otra manera serían imposibles de obtener a partir de la mera recolección de información física (Soto & Bueno 2019).

No es fácil dar cuenta de las condiciones que hacen posible esta capacidad de las matemáticas. En la sección 3 indicamos que el lenguaje de las matemáticas permite manipular grandes cantidades de información física mediante el uso de símbolos y el establecimiento de reglas de operación sobre ellos. Otros han indicado que la flexibilidad del lenguaje de las matemáticas las hace particularmente adecuadas para expresar teorías científicas complejas (Dieks 2005), en tanto que una ecuación diferencial que expresa una ley física no limita su campo de referencia a un dominio físico actual, sino a aquellos dominios físicos posibles que eventualmente instancien la correlación estructural descrita por la ecuación diferencial en cuestión. Las leyes de la naturaleza, en este sentido, involucran posibilidad, ostentando un carácter inminentemente modal, que al menos en parte se encuentra ilustrado por el lenguaje matemático (Bueno 2019; French 2014).

Uno de los desafíos complejos que impone la investigación de la dimensión matemática de las leyes físicas tiene que ver con el hecho de que en ocasiones las leyes físicas incluyen estructura matemática excedente (*surplus mathematical structure*). Tal estructura presenta diversos problemas, uno de los cuales es el siguiente: ¿no son las leyes de la naturaleza acerca de la conducta de sistemas físicos? Lo son, y en con secuencia se esperaría que entre los términos que forman parte de su formulación se encuentren solamente elementos que puedan ser interpretados físicamente de manera directa. La aparición de estructura matemática excedente revive la amenaza del operacionalismo de Feynman, que concebiría las leyes como enunciados puramente matemáticos.

Contamos con herramientas para responder a este desafío. La aparición de estructura matemática excedente en la formulación de leyes físicas desempeña usualmente alguno de los siguientes dos roles: a) permite obtener inferencias en ecuaciones que de otra manera no aceptarían solución y b) facilita el razonamiento hipotético (surrogate reasoning) en ocasiones en donde parte de la estructura matemática reemplaza aspectos de sistemas físicos a los que no tenemos acceso, o que suponemos que debieran existir para poder explicar la conducta observable de los fenómenos relevantes. En tales casos, la estructura matemática excedente tiene un rol heurístico que busca aminorar las falencias epistémicas con frecuencia asociadas a problemas de resolución de ecuaciones o de acceso experimental a ciertos dominios. Un ejemplo relevante es la forma general de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = \hat{H}|\Psi(t)\rangle$$

en donde no solamente encontramos la introducción de un espacio de Hilbert que representa un vector de espacio abstracto n-dimensional, sino también de números irracionales, i, que facilitan la resolución de la ecuación. La ecuación de Schrödinger describe exitosamente la función de onda de un sistema físico en mecánica cuántica, tales como la evolución de la conducta de un electrón en el tiempo.

La consideración detallada de la formulación matemática de las leyes físicas permite, en consecuencia, iluminar algunos de sus aspectos cruciales, por lo general, omitidos en la filosofía estándar de las leyes de la naturaleza. El poder inferencial de las matemáticas, la flexibilidad de su lenguaje y la aparición de estructuras matemáticas excedentes nos han permitido ilustrar este punto, enfatizando la relevancia del problema de Wigner.

5.3. Empirismo y pragmatismo

La aplicación de las matemáticas es una cuestión eminentemente pragmática que responde a condiciones de adecuación empírica, a saber: se escoge una estructura matemática adecuada entre las que se encuentran disponibles para representar los aspectos relevantes de un sistema físico; en ocasiones, dos o más estructuras matemáticas podrían encontrarse disponibles para un mismo dominio físico; e incluso en otras, la estructura matemática adecuada puede ser construida de manera *ad hoc* en vista de un problema físico relevante. En cualquiera de tales casos, la estructura matemática que se termine empleando responderá usualmente a valores pragmáticos de simplicidad, unidad, poder explicativo, entre otros.

La consideración pragmática se torna particularmente importante si se considera que, ante el problema de Wigner, algunos han querido sugerir que la aplicabilidad casi ubicua de las ecuaciones diferenciales en la formulación de leyes físicas ofrece evidencia para sostener que la realidad física se encuentra estructurada matemáticamente (Psillos 2012) o que, incluso, la realidad física es una estructura matemática (Tegmark 2014). Estas interpretaciones hipostasian la ontología matemática, creando misterios mayores, tales como la realidad de la ontología matemática, a partir de la cuestión de Wigner que se encuentra legítimamente motivada por la práctica científica que ilustra la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes. En contra de estas últimas estrategias, las consideraciones pragmáticas siguen el espíritu original de Wigner (1960) al reconocer que las matemáticas son útiles dado que ellas ofrecen un lenguaje y reglas de operación que permiten manipular grandes cantidades de información física, o al reconocer que en ocasiones las estructuras matemáticas se construyen con el objetivo de abordar problemas físicos determinados, respondiendo al menos de manera parcial al misterio de la efectividad.

Uno de los aspectos relevantes de la aproximación empirista al problema de Wigner consiste en que, dado el carácter pragmático de la aplicación de las matemáticas, no es necesario dar pasos ulteriores hacia consecuencias ontológicas. En otras palabras, "el uso de estructuras matemáticas, adecuadamente interpretadas, se restringe a consideraciones heurísticas", evitando así "hipostasiar innecesariamente tales estructuras" (Bueno 2019 5). La concepción wigneriana de las leyes de la naturaleza se alinea con el empirismo propuesto, especialmente si se considera que, como se argumentó en la subsección 2.3, Wigner se inclina hacia una concepción antirrealista de las leyes físicas, asumiendo que estas conforman enunciados expresados matemáticamente que capturan regularidades físicas de diverso alcance.

Sin embargo, podrían emerger algunas dudas al considerar, como se revisó en la sección 2.2, que Wigner asume que hay una estructura ontológica que consta de eventos (condiciones iniciales, etc.), leyes de la naturaleza y simetrías. Suponer tal estructura ontológica escapa a los límites de la propuesta empirista, la cual evita hipostasiar la realidad de las estructuras matemáticas y físicas. Tal preocupación, no obstante, puede despejarse si se tiene presente que Wigner indica que se trata de una distinción artefactual que introducen las comunidades científicas, la cual busca ofrecer un instrumento para optimizar nuestra interacción con la realidad variopinta. La distinción entre eventos, leyes y simetrías, en consecuencia, gozaría del carácter de un artefacto para la comprensión, conocimiento, explicación y predicción de dominios físicos, más bien que el de una estructura ontológica independiente de los intereses cognitivos de las comunidades científicas, y anterior a ellos.

Más allá de las consideraciones ontológicas, la aproximación empirista al problema de Wigner, que reconoce el carácter pragmático de la aplicación de las matemáticas, puede acomodar los siguientes dos hechos: por un lado, la efectividad es selectiva, es decir, parcial: se aplican estructuras matemáticas a la estructura relevante de los sistemas físicos. Se identifica selectivamente la estructura relevante de los sistemas físicos, en donde las estructuras matemáticas empleadas involucran procesos de abstracción e idealización que dejan a un lado diversos aspectos de sistemas físicos que no son relevantes desde la perspectiva del problema que se tiene a la vista.

Por otro lado, nuestra evaluación de la efectividad de la aplicación de las matemáticas padece de lo que podríamos llamar adecuadamente prejuicio selectivo, vale decir, en nuestra narrativa post hoc de las aplicaciones de matemáticas en la investigación de dominios físicos tendemos a destacar las aplicaciones exitosas, dejando a un lado aquellos intentos de aplicación fallidos que usualmente se encuentran ocultos en los artículos de revistas especializadas y que en ocasiones no alcanzan a ser publicados para su registro en tales medios. Debido al prejuicio selectivo, nuestra narrativa de la historia de las aplicaciones de matemáticas al mundo físico, al igual que la de la historia de las matemáticas mismas, es usualmente triunfalista, remitiendo al olvido los esfuerzos fallidos. Wenmackers (2017) delinea un argumento similar, señalando además que rara vez se tiene en cuenta la historia natural de las matemáticas y la evolución por selección natural que ha favorecido la cognición matemática cuantitativa como herramienta para proteger la interacción con el medio y la supervivencia. Por cierto, esta línea de argumento requiere un tratamiento detallado que no puedo ofrecer en el presente manuscrito. Lo dicho, no obstante, permite matizar nuestra apreciación de la efectividad de las matemáticas en el problema de Wigner.

Conclusión

El examen del problema de Wigner vinculado a la efectividad de las matemáticas en la formulación de leyes físicas nos ha conducido a esclarecer una serie de aspectos filosóficos relevantes de las leyes físicas que encontramos en la práctica científica. Tales leyes son formuladas en términos de enunciados matemáticos, usualmente ecuaciones diferenciales de diversa índole. Estos últimos enunciados, sin embargo, no pueden considerarse enunciados puramente matemáticos, puesto que obtienen su interpretación a partir de las regularidades físicas a las que buscan hacer referencia. La aplicación de estructuras matemáticas a la estructura relevante de dominios físicos presenta una serie de dificultades, que comienzan con la elección o construcción de una estructura matemática adecuada, continúan con la evaluación de las inferencias que permite la estructura matemática empleada, y terminan con el esclarecimiento de la interpretación física de las consecuencias derivadas inferencialmente. En este último punto, de hecho, nos encontramos con la siguiente peculiaridad: en algunos casos, ciertos elementos de la estructura matemática que expresa una ley física carecen de interpretación.

El examen del problema de Wigner nos lleva todavía más allá, arrojando luz sobre asuntos estándares del debate sobre filosofía de las leyes de la naturaleza. Tal debate ha llegado a ser construido típicamente en términos de la oposición entre humeanos y metafísicos (o antihumeanos) acerca de las leyes de la naturaleza. Los primeros conciben el universo como un vasto mosaico constituido por particulares amodales, a partir de los cuales se sistematizan enunciados de leyes de la naturaleza en un sistema axiomático que responde a criterios de simplicidad y fuerza. En cambio, los segundos conciben un mundo pleno de modalidad que descansa en ontologías de propiedades y leyes intrínsecamente modales.[6] En el presente trabajo he evitado sistemáticamente enmarcar mi argumento dentro de este debate en parte debido a que existe una extensa literatura al respecto, y en parte porque los términos en los cuales se plantea este debate limitan las posibilidades argumentativas de aproximaciones nuevas. Nótese lo siguiente: aunque el debate entre humeanos y metafísicos ha logrado progresos impensables en décadas anteriores, este ha pasado por alto algunos asuntos claves que emergen del estudio de las leyes de la naturaleza tal como ellas aparecen en la práctica científica. Entre ellos, se sitúa el problema de Wigner concerniente a la efectividad de las matemáticas que hemos abordado en la presente contribución, dejando a la vista la fertilidad del vínculo entre la filosofía de las matemáticas aplicadas y la filosofía de las leyes de la naturaleza.

Trabajos Citados

Bangu, Sorin. *The Applicability of Mathematics in Science: Indispensability and Ontology.* London, Palgrave Macmillan, 2012.

Bueno, Otávio. "Structural Realism, Mathematics, and Ontology". *Studies in History and Philosophy of Science* 74.1 (2019): 4-9. <https://doi.org/10.1016/j.shpsa.2018.12.005>

[6] El detalle del debate es, por lejos, más complejo que mi caracterización sucinta. Puede consultarse al respecto John Carroll (2004) y Ott y Patton (2018).

Bueno, Otávio y Mark Colyvan. "An Inferential Conception of the Application of Mathematics". *Nous* 45.2 (2011): 345-374.

Bueno, Otávio y Steven French. *Applying Mathematics. Immersion, Inference, Interpretation.* Oxford: Oxford University Press, 2018.

Carroll, John, ed. *Readings on Laws of Nature.* Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 2004.

Cartwright, Nancy. *The Dappled World. A Study of the Boundaries of Science.* Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

Colyvan, Mark. *The Indispensability of Mathematics.* Oxford: Oxford University Press, 2001.

Dieks, Dennis. "The Flexibility of Mathematics". *The Role of Mathematics in Physical Sciences: Interdisciplinary and Physical Aspects.* Eds. Giovanni Biniolo, Paolo Budinich y Majda Trobok. Dordrecht: Springer, 2005. 115-129.

Dirac, Paul. "The Relation between Mathematics and Physics". *Proceedings of the Royal Society* 59 (1939): 122-129.

Dorato, Mauro. "The Laws of Nature and the Effectiveness of Mathematics". *The Role of Mathematics in Physical Sciences: Interdisciplinary and Physical Aspects.* Eds. Giovanni Biniolo, Paolo Budinich y Majda Trobok. Dordrecht: Springer, 2005a. 131-144.

_____. "Why Are (Most) Laws of Nature Mathematical?" *Nature's Principles.* Eds. Jan Faye, Paul Needham, Uwe Scheffler y Max Urchs. Dordrecht: Springer, 2005b. 55-75.

_____. *The Software of the Universe. An Introduction to the History and Philosophy of Laws of Nature.* Aldershot: Ashgate, 2005c.

Dyson, Freeman. "Mathematics in the Physical Sciences". *Scientific American* 211.3 (1962): 128-146.

Einstein, Albert. "Geometry and Experience". *Sidelights on Relativity.* London: Methuen, 1922. 27-56.

Feynman, Richard. *The Character of a Physical Law.* London: Penguin Books, 1965.

French, Steven. *The Structure of the World: Metaphysics & Representation.* Oxford: Oxford University Press, 2014.

Hilbert, David. *Natur und mathematisches Erkennen.* Birkhäusser: Basel, 1992.

Islami, Arezoo. "A Match not Made in Heaven: on the Applicability of Mathematics in Physics". *Synthese* 194.1 (2017): 4839-4861.

Islami, Arezoo y Harald Wiltsche. "A Match Made on Earth. On the Applicability of Mathematics in Physics". *Phenomenological Approaches to Physics.* Eds. P. Berghofer y H. Wiltsche. Cham: Springer, 2020. 1-21.

Kant, Immanuel. *Metaphysical Foundations of the Natural Science.* 1786. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

Nguyen, James y Roman Frigg. "Mathematics is not the Only Language in the Book of Nature". *Synthese* (2017). <https://doi.org/10.1007/s11229-017-1526-5>

Ott, Walter y Lydia Patton. *Laws of Nature*. Oxford: Oxford University Press, 2018.

Pincock, Christopher. "A New Perspective on the Problem of Applying Mathematics". *Philosophia Mathematica* 3.12 (2004): 135-161.

_____. "A Role for Mathematics in the Physical Sciences". *Nous* 41.2 (2007): 253-275.

_____. "Mathematical Structural Realism". *Scientific Structuralism.* Eds. Peter Bokulich y Alisa Bokulich. Dordrecht: Springer, 2011. 67-79.

_____. *Mathematics and Scientific Representation.* Oxford: Oxford University Press, 2012.

Psillos, Stathis. "Anti-Nominalistic Scientific Realism: a Defense". *Properties, Powers, and Structures. Issues in the Metaphysics of Realism*. Eds. Alexander Bird, Brian Ellis y Howard Sankey. New York-London: Routledge, 2012. 63-80.

Soto, Cristian. "Mark Colyvan, an Introduction to the Philosophy of Mathematics". *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía* 46.138 (2014): 93-102.

_____. "The Epistemic Indispensability Argument". *Journal for General Philosophy of Science* 50 (2019): 145-161.

Soto, Cristian y Otávio Bueno. "A Framework for an Inferential Conception of Physical Laws". *Principia: An International Journal of Epistemology* 23. 3 (2019): 423-444.

Steiner, Mark. "The Applicabilities of Mathematics". *Philosophia Mathematica* 3.1 (1995): 129-156.

_______. *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem.* Cambridge, MA- London: Harvard University Press, 1998.

Tegmark, Max. *Our Mathematical Universe. My Quest for the Ultimate Nature of Reality.* London: Penguin Books, 2014.

Weinberg, Steven. *Dreams of a Final Theory*. London: Vintage, 1993.

Wenmackers, Sylvia. "Children of the Cosmos". *Trick or Truth. The Mysterious Connection between Physics and Mathematics.* Eds. A. Aguirre, B. Foster y Z. Merali. Dordrecht: Springer, 2017. 5-20.

Wigner, Eugene. "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences". *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13 (1960): 1-14.

______. "Events, Laws of Nature, and Invariance Principles". 1967. *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Part B. Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers. Vol. IV. Dordrecht: Springer, 1995a. 321-333.

______. "Invariance in Physical Theory". 1967. *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Part B. Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers. Vol. IV. Dordrecht: Springer, 1995b. 283-293.

______. "Symmetry and Conservation Laws". 1967. *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Part B. Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers. Vol. IV. Dordrecht: Springer, 1995c. 297-310.

______. "Symmetry in Nature". 1973. *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Part B. Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers. Vol. IV. Dordrecht: Springer, 1995d. 382-411.

______. "Symmetry Principles in Old and New Physics". 1968. *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Part B. Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers. Vol. IV. Dordrecht: Springer, 1995e. 359-381.

______. "The Role of Invariance Principles in Natural Philosophy". 1967. *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Part B. Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers. Vol. IV. Dordrecht: Springer, 1995f. 311-320.

Wilson, Mark. "The Unreasonable Uncooperativeness of Mathematics in the Natural Sciences". *The Monist* 83.2 (2000): 296-314.

Woodward, James. “Physical Modality, Laws, and Counterfactuals”. *Synthese* 197.1 (2017) 1907-1929. <https://doi.org/10.1007/s11229-017-1400-5>

______. “Laws: An Invariance-Based Account”. *Laws of Nature*. Eds. Walter Ott y Lydia Patton. Oxford: Oxford University Press, 2018. 158-180.